

La figura e l'opera di Gregorio Ricci Curbastro

FABIO TOSCANO

Gregorio Ricci Curbastro nacque a Lugo di Romagna il 12 Gennaio 1853 da Antonio e da Livia Vecchi. L'ambiente domestico in cui crebbe era particolarmente propenso alle scienze esatte: il padre e il nonno paterno Giuseppe furono valenti ingegneri, mentre la madre era figlia di quel Gregorio Vecchi che fu il primo insegnante di idrometria nella Scuola Pontificia degli ingegneri a Roma, e poi ingegnere capo della provincia di Bologna.

Tra le più antiche e nobili famiglie di Lugo, i Ricci Curbastro¹ erano per tradizione profondamente cattolici. Nel 1857 il palazzo Ricci Curbastro di Corso Garibaldi ospitò Pio IX, venuto in visita a Lugo, che allora si trovava sotto il governo dello Stato Pontificio: Antonio Ricci Curbastro era infatti un deciso sostenitore di un'autorità papale messa ormai in crisi, in quegli anni di tensioni, dai venti liberaleggianti di nuove ideologie. Il palazzo Ricci Curbastro rimase un punto di riferimento per i difensori delle istanze cattoliche anche dopo l'unificazione del Regno d'Italia. Quando, nel 1866, vennero soppresse con disposizione di legge le congregazioni religiose, senza peraltro impedire che i loro membri continuassero la pratica di vita comunitaria in forma privata, i Padri Cappuccini trovarono sede per la loro vita sacramentale e spirituale proprio nel palazzo di Antonio Ricci Curbastro.

Un esempio di fede zelante e di spirito di carità fu portato al giovane Gregorio anche dalla madre Livia; donna sensibile ed educatrice severa, ci viene tramandata

¹ Pare che la famiglia Ricci Curbastro tragga la propria origine della Toscana. Del ramo trasferitosi nel lughese si hanno notizie certe di un Tommaso Ricci, vissuto nel Quattrocento e considerato il capostipite della famiglia. Da lui discende anche il celebre letterato Bartolomeo Ricci, vissuto fra il 1490 e il 1569.

Raccontano le antiche cronache lughesi che il 1° agosto 1646, durante una processione, un tal Cristoforo Ricci uccise con un colpo d'archibugio, per vendetta, il governatore pontificio della città Valerio Montani. Compiuto il delitto, riuscì a riparare a Montagnana di Padova, nello Stato Veneto, ma qui fu raggiunto e ucciso dai sicari del governo. Decapitato, la sua testa venne appesa ed esposta sulla facciata del torrione maggiore di Lugo. Sembra che, a seguito di questo fatto, i Ricci abitanti nello Stato Pontificio abbiano modificato il cognome aggiungendovi quello delle madri o delle mogli per distinguersi dalla famiglia dell'assassino; nacquerò così i Ricci Curbastro, i Ricci Bitti, i Ricci Signorini e così via. Come sia sorto il nome Curbastro non risulta in realtà da alcun documento, sebbene molti storici ritengano questa spiegazione plausibile. Per altri si tratterebbe più probabilmente di un soprannome. Si veda Faccani (1976), 64-75.

l'immagine di lei a passeggio per le vie di Lugo con i figli,² vestiti in modo impeccabile e dal comportamento sempre controllato. Nel ricordo dello stesso Gregorio:³

Io rammento come per noi bambini il passeggiare con Lei riuscisse spesso tutt'altro che piacevole per le lunghe e ripetute soste, a cui eravamo costretti da povere donne, che per via fermavano e trattenevano la mamma parlandole delle loro miserie e dei loro dolori. Ed essa le ascoltava con pazienza, e mai le rimandava senza qualche aiuto o conforto. Malgrado ciò, serbava poi tanta naturale dignità che, non che Essa si abbassasse, pareva che inalzasse fino a sè quelle poverette.

La profonda fede religiosa divenne un elemento fortemente caratterizzante di tutta la vita di Ricci, come evidenziano le seguenti parole tratte dal suo testamento spirituale:⁴

Soltanto nella fede di Cristo e nei Vangeli ho trovato conforto sicuro nelle traversie della vita ed una guida sicura per condurmi nella vita stessa. Soltanto la fede di Cristo può dare una risposta soddisfacente a queste domande che si impongono anche a chi non vuol saperne: Perché siamo a questo mondo? Che cosa ci attende dopo questa vita che, anche quando è lunga, finisce così presto? E come dobbiamo contenerci per raggiungere il fine, per cui fummo creati?



Seguendo la consuetudine delle famiglie agiate dell'epoca, Ricci compì privatamente sia gli studi elementari che quelli superiori classici, questi ultimi sotto la guida di un sacerdote, don Francesco Taglioni, che così ebbe a ricordare il giovane alunno:⁵

In lui perspicacia di mente, vivezza d'ingegno, tenacità di memoria e ciò che in uno scolaro più si ricerca ed importa, un desiderio sì vivo d'imparare, che è veramente di pochi. Colla scorta di questi bei doni io l'introdussi nello studio dell'Umanità e della Retorica, nelle quali fui consolato in vedere che con tutta facilità ne apprendeva e ne

² Gregorio Ricci Curbastro ebbe un fratello, Domenico, e due sorelle, Giustina e Costanza. Domenico, vissuto fra il 1851 e il 1937, ingegnere di professione, ricoprì per un certo tempo la carica di sindaco a Lugo. Giustina, nata nel 1854 e morta nel 1895, nel 1880 entrò a far parte, con il nome di suor Vincenza, dell'istituto monastico delle Figlie della Carità. Anche Costanza, vissuta fra il 1856 e il 1923, intraprese la vita monacale (con il nome di madre Margherita) e nel 1888 fondò, con don Marco Morelli, la Congregazione delle Ancelle del Sacro Cuore di Gesù Agonizzante.

³ Ricci Curbastro (1896), 6

⁴ Copia del testamento spirituale di Ricci è conservata presso il liceo scientifico di Lugo.

⁵ Il brano riportato è tratto da una lettera di presentazione, datata 15 ottobre 1869, inviata alla Pontificia Università della Sapienza di Roma. Tale relazione, conservata presso l'Archivio di Stato di Roma (Archivio moderno dell'Università) si trova allegata, insieme ad altri due attestati, alla istanza, poi accolta, che Ricci aveva avanzato per poter sostenere l'esame di ammissione all'università romana, pur non avendo ancora l'età prescritta (diciotto anni) per accedervi.

applicava le regole, che dai migliori maestri sono insegnate. Bastantemente esercitato in queste materie gli volsi i passi nelle tre classiche letterature italiana, latina e greca, ponendogli fra le mani i più scelti autori di queste; ma quivi pure diede notevoli prove d'un gusto squisito in fatto di stile, non solo nel tradurre con fedeltà e grazia un Cicerone, un Virgilio, un Demostene ed un Omero nella lingua italiana e col volgere queste all'idioma latino e qualche volta anche in greco; ma col fare tesoro nella sua mente delle leggiadre espressioni e delle più belle frasi delle lingue medesime delle quali, facendo poi egli uso ne' suoi componimenti sì prosastici che poetici, li rendeva sempre eleganti e fioriti. Dagli ameni campi delle Belle Lettere passammo infine alla malagevole arringo della Filosofia; ma anche in queste l'egregio discepolo si mostrò uguale a sé stesso formandosi egli in un giusto concetto delle verità filosofiche, addentrandosi nelle difficoltà, sciogliendone le obbiezioni e confutando i falsi sistemi con nuove giudiziose riflessioni e argomenti.

Ricci ebbe anche modo di apprendere le basi dell'algebra, della geometria, della trigonometria, della fisica e dell'astronomia grazie alle lezioni private di Giuseppe Manzieri, insegnante di matematica e fisica nel liceo di Lugo.

Nel 1869, superato l'esame di ammissione, si iscrisse al corso filosofico matematico dell'allora Pontificia Università della Sapienza a Roma. Qui rimase un solo anno, dopo aver seguito il primo corso di matematica: ai primi di settembre del 1870 il padre, turbato dagli avvenimenti politici e militari del momento, decise di richiamare il giovane Gregorio a Lugo.⁶ Questi, abbandonato l'ateneo romano, nel 1872 si iscrisse all'Università di Bologna; tuttavia, attratto dalla fama della Scuola Normale Superiore di Pisa, vi entrò in seguito a concorso nel 1873.



A Pisa, Ricci ebbe come maestri due fra i più grandi matematici dell'epoca: Enrico Betti per il corso di Meccanica celeste e Ulisse Dini per il corso di Analisi superiore. Enrico Betti visse fra il 1832 e il 1892 e dedicò la propria attività scientifica principalmente alle teorie del calore, della capillarità e a svariate questioni di fisica matematica, in particolare alla teoria dell'elasticità. Fu una figura di primissimo piano non solo nel panorama scientifico: oltre a essere membro dell'Accademia dei Lincei fu deputato, senatore e per breve tempo sottosegretario al Ministero della Pubblica Istruzione. Ulisse Dini visse dal 1845 al 1918 e fu anch'egli allievo di Betti; trovò il campo delle proprie ricerche soprattutto nell'analisi matematica, ai cui fondamenti diede sistemazione definitiva.⁷

⁶ I piemontesi entrarono infatti in Roma il 20 settembre 1870 (breccia di Porta Pia).

⁷ Va aggiunto che a Pisa Ricci ebbe come docente di Meccanica razionale Ernesto Padova, altro importante matematico dell'epoca, con il quale instaurò successivamente un rapporto di amicizia fraterna quando i due si trovarono a insegnare insieme all'Università di Padova.

Del periodo di studi pisano si trova una interessante testimonianza nei quaderni manoscritti presenti fra le carte di Ricci conservate al liceo di Lugo. Da questi quaderni emerge con chiarezza la figura di uno studente estremamente meticoloso e ordinato.

Dopo la laurea in scienze fisiche e matematiche, conseguita con lode nel 1875,⁸ Ricci ottenne una borsa di studio e rimase così ancora per un anno a seguire i corsi di perfezionamento di Betti e Dini. Particolarmente importante fu in questa fase l'influenza di Betti nella formazione di Ricci e nell'indirizzarne l'attività scientifica. Amico personale del grande matematico tedesco Bernhard Riemann,⁹ Betti era stato da questi stimolato, a partire dal 1865, a dedicarsi esclusivamente alla fisica matematica. L'aspetto più significativo dell'influenza di Riemann su Betti è di natura generale, e riguarda il modo di intendere la matematica come scienza unitaria, strettamente legata alla conoscenza del mondo fisico.

Tramite Betti, Ricci familiarizzò con le varie teorie fisiche allora d'avanguardia e acquisì l'interesse per una matematica formalmente rigorosa ma nel contempo capace di analizzare il fenomeno fisico. Le sue prime memorie edite, risalenti al 1877, gli furono commissionate proprio da Betti, che aveva affidato al giovane e brillante allievo il compito di riassumere alcune sue dissertazioni sulle recenti leggi dell'elettromagnetismo di James Clerk Maxwell.

Queste prime memorie, pur non presentando elementi di originalità, mostrano una sicura padronanza degli argomenti svolti e un chiaro interesse di Ricci per la fisica, in particolare per i suoi metodi matematici.

Sempre nel 1877, dopo aver vinto un concorso per un corso di perfezionamento all'estero, Ricci si recò a Monaco di Baviera dove, per l'anno accademico 1877-78, ebbe modo di frequentare i corsi di Felix Klein, allora giovane ma già assai autorevole studioso di geometria.¹⁰



Dopo la stimolante esperienza tedesca, Ricci tornò a Pisa, ove ricoprì il ruolo di assistente straordinario alla cattedra di Calcolo, di cui Dini era titolare.

L'anno seguente arrivò, a seguito di concorso, la nomina a professore straordinario di Fisica matematica presso l'Università di Padova. Tale nomina rappresentò una svolta assai importante nell'ambito dell'attività scientifica di Ricci. Egli inaugurò infatti un periodo di intensa operosità che, invece di essere intralciata dall'insegnamento, ne trasse al contrario un incentivo: per esigenze del corso si trovò ad approfondire in particolare lo studio dei metodi matematici da utilizzare nell'elettromagnetismo e in altre varie questioni di fisica. Nella prolusione al suo primo corso si espresse nei termini seguenti:¹¹

⁸ Ricci aveva presentato una dissertazione di carattere monografico: *Sulle ricerche del Fuchs relative alle equazioni differenziali lineari*, mai pubblicata. Il manoscritto è conservato al liceo di Lugo.

⁹ Vissuto fra il 1826 e il 1866, Riemann fu autore di fondamentali contributi all'analisi e alla geometria. Le sue idee, profonde e originali, costituirono il punto di partenza per svariate e feconde ricerche, fra cui quelle dello stesso Ricci.

¹⁰ Aveva infatti solo quattro anni in più di Ricci. La sua opera, che apportò in molti campi contributi fondamentali, fu dominata dall'idea dell'unità delle scienze matematiche, aspetto questo che dovette in qualche misura influenzare l'allievo italiano. Morì nel 1925.

¹¹ Levi-Civita (1925), 1.

Voi intendete quindi di quali immensi vantaggi possano questi metodi essere fecondi specialmente per avvicinarsi a quello che è da tanto tempo il fine supremo degli sforzi dei fisici: voglio dire l'unità della scienza, cioè la scoperta delle relazioni che legano tra loro diversi fenomeni naturali e le cause da cui dipendono.

In queste parole sembra già essere implicitamente contenuto il fondamento e il fine ideale di quel programma scientifico che di lì a poco Ricci avrebbe iniziato a sviluppare, vale a dire la costruzione e l'applicazione del metodo più efficace per comporre le leggi delle scienze fisiche e matematiche in un quadro il più possibile unitario.



Gli studi e l'attività accademica svolta a Padova non impedirono a Ricci di partecipare attivamente fin da quegli anni alla vita amministrativa di Lugo. Di fatto, egli mantenne sempre un forte legame con la sua città natale, ricoprendo in ripetute occasioni le cariche di consigliere comunale e provinciale – fu sempre eletto tra le file degli schieramenti cattolici –, cariche che interpretò come occasione per un reale impegno pratico legato soprattutto a progetti di ingegneria idraulica.

È del luglio 1881 la relazione *Sulle condizioni idrauliche della campagna a destra di Reno-Primaro e sui provvedimenti atti a migliorarle*,¹² che Ricci curò in veste di consigliere per la giunta provinciale di Lugo. Si tratta di un articolo dedicato al grave problema delle periodiche inondazioni cui erano sottoposte da tempo le campagne romagnole a destra di Reno-Primaro, tra i fiumi Sillaro e Lamone, a causa del riempimento delle antiche valli e del relativo innalzamento degli alvei dei fiumi. Ricci propose la costruzione di un condotto di scolo il quale, attraversando con due botti successive i fiumi Senio e Santerno, avesse poi foce libera sul mare, facendo capo a Porto Corsini. L'opera venne realizzata molto più tardi proprio secondo le indicazioni di Ricci e rispose completamente allo scopo.



Il 1884 fu un anno importante per Ricci. Sul piano affettivo, in quanto si unì in matrimonio con l'amata Bianca Bianchi Azzarani, di distinta famiglia imolese e dalla quale ebbe poi tre figli: Livia, Cesare e Giorgio. Sul versante matematico, fu proprio il 1884 l'anno durante il quale Ricci diede avvio alla graduale elaborazione del suo nuovo metodo matematico, in seguito denominato calcolo differenziale assoluto. Con la memoria *Principi di una teoria delle forme differenziali quadratiche*,¹³ Ricci iniziò ad affrontare uno studio sistematico di quel capitolo dell'algebra e dell'analisi noto ai matematici come teoria delle forme differenziali quadratiche, motivando le sue ricerche dall'osservazione che,

¹² Ricci Curbastro (1881).

¹³ Ricci Curbastro (1884).

a suo parere, in geometria si usavano allora metodi indiretti e artificiosi, che non tenevano conto della natura peculiarmente algebrica dei problemi affrontati e che conferivano spesso ai risultati ottenuti, sebbene molto utili, una struttura poco organica. In aggiunta, sosteneva Ricci, diversi studi, riconducibili ora alla geometria, ora all'analisi, ora alla fisica, mostravano evidenti connessioni tra loro dovute proprio alle cosiddette forme differenziali quadratiche. Scopo dello studio era dunque quello di esaminare a fondo la natura di tali forme matematiche al fine di mettere ordine fra le varie teorie della geometria, dell'analisi e della fisica, riducendole in via unitaria.

Questi temi vennero poi approfonditi e sviluppati due anni dopo con l'articolo *Sui parametri e gli invarianti delle forme quadratiche differenziali*,¹⁴ in cui Ricci generalizzava i risultati di ricerche condotte quasi vent'anni prima dal grande matematico cremonese Eugenio Beltrami.¹⁵

Una tappa cruciale nel cammino scientifico di Ricci è rappresentata dall'articolo *Sulla derivazione covariante ad una forma quadratica differenziale*,¹⁶ del 1887, in cui il matematico lughese introdusse per la prima volta nella sua opera quell'algoritmo, chiamato appunto derivata covariante, che ben presto si rivelò essere il perno fondamentale del suo calcolo. E infatti, grazie a tale algoritmo, in una fondamentale memoria dell'anno successivo¹⁷ Ricci fu in grado di mettere a punto il suo metodo introducendo il concetto di "sistema", o di tensore, come viene denominato in termini moderni. In breve, un tensore è un insieme di funzioni le quali, al variare delle coordinate, si trasformano secondo leggi ben definite. Il punto fondamentale è che, grazie a queste leggi, se due tensori sono uguali in un dato sistema di coordinate (sistema di riferimento), rimarranno sempre uguali per un qualsiasi altro sistema di coordinate che si desideri scegliere: si dice allora che le equazioni fra tensori sono invarianti. D'altra parte, come lo stesso Ricci ebbe a sottolineare, le leggi della geometria e della fisica dovrebbero per loro natura avere un carattere di indipendenza dalla scelta delle coordinate, messo in ombra dalle notazioni che i matematici di allora comunemente usavano: tale carattere viene invece garantito in pieno esprimendo le equazioni della geometria e della fisica proprio tramite i tensori. L'invarianza delle equazioni tensoriali può consentire peraltro di scegliere le variabili (coordinate) nei modi più opportuni per semplificare i calcoli e per una generalizzazione immediata a spazi geometrici di dimensione arbitraria e di natura qualsiasi. Il mezzo per assicurare l'invarianza delle relazioni tra tensori è l'algoritmo della derivata covariante: va detto che la derivata covariante era già comparsa per la prima volta nel 1869 nell'opera del matematico tedesco Elwin Bruno Christoffel, il quale tuttavia non aveva compreso la potenza della tecnica

¹⁴ Ricci Curbastro (1886).

¹⁵ L'opera di Beltrami, vissuto dal 1835 al 1900, spaziò per quasi tutti i campi delle matematiche e delle loro applicazioni; a Beltrami si devono in particolare i primi modelli di geometrie non euclidee.

¹⁶ Ricci Curbastro (1887).

¹⁷ Ricci Curbastro (1888).

da lui ricavata. La derivata covariante come strumento per garantire l'invarianza delle relazioni tensoriali, e quindi delle leggi della geometria e della fisica, è dunque a tutti gli effetti una "invenzione" di Ricci.



I risultati fin lì conseguiti convinsero Ricci a partecipare al Premio reale per la matematica, il massimo riconoscimento al quale potesse ambire un matematico italiano dell'epoca, bandito dall'Accademia dei Lincei per il 1887.¹⁸ Ebbene, il Premio non fu conferito né a lui né ad alcuno degli altri partecipanti. Eugenio Beltrami, in qualità di relatore,¹⁹ nel negare l'ambito riconoscimento a Ricci si esprime comunque in termini prudenti e in verità piuttosto incoraggianti:²⁰

E' naturale il domandare se l'importanza e la fecondità dei risultati ottenuti sieno adeguati agli sforzi non lievi (...). Ci sembra che i lavori del Prof. Ricci, piuttosto che una somma di ultimi risultati definitivamente acquisiti ed immediatamente utilizzabili, rappresentino un poderoso sforzo di elaborazione preparatoria, sforzo che in parte apparisce già conducente ad una meta onorevole, in parte aspetta la sua giustificazione finale da ulteriori cimenti, nei quali forse il primitivo e assai complesso apparato analitico potrà essere definitivamente surrogato da più semplici algoritmi esecutivi.

Per nulla intimorito, ma anzi stimolato dall'autorevole giudizio di Beltrami, Ricci inaugurò una nuova fase del suo lavoro, impegnandosi sostanzialmente su due fronti: in primo luogo affinò il proprio metodo, che prese il nome di calcolo differenziale assoluto nel 1893, conferendo alle notazioni una forma più semplice ed elegante.²¹

Designerò col nome di Calcolo differenziale assoluto l'insieme dei metodi applicabili (...) indipendentemente dalla scelta delle variabili indipendenti, e che esigono anzi che queste siano affatto generali e arbitrarie.

Nel contempo, si preoccupò di fornire quelle applicazioni già intraviste a vari problemi di fisica e specialmente di geometria (gli "ulteriori cimenti" richiesti da Beltrami).

C'è da registrare inoltre che, dopo essere stato per ben dieci anni professore straordinario, Ricci aveva potuto finalmente accedere, nel dicembre del 1890, alla cattedra di Algebra complementare dell'Università di Padova, conservando peraltro anche il vecchio corso di Fisica matematica. Il ritardo con cui Ricci venne nominato ordinario fu dovuto principalmente a un meccanismo che prevedeva la

¹⁸ Era stato il re Umberto I a decidere nel 1878 l'istituzione di Premi reali, ciascuno di L. 10.000, da conferire annualmente alle migliori memorie o scoperte riguardanti la fisica, la matematica, le scienze naturali, oppure le scienze morali, storiche e filologiche.

¹⁹ Gli altri commissari erano Betti, Dini, Giuseppe Battaglini e Luigi Cremona.

²⁰ Beltrami (1889), 304-307.

²¹ Ricci Curbastro (1893), 311.

promozione solo in caso di vacanza di posto d'organico, ma in parte sembra testimoniare anche come in quel periodo il calcolo tensoriale stentasse ancora ad affermarsi. La promozione a ordinario arrivò per Ricci anche grazie all'aiuto del suo vecchio professore Betti; si legge in una lettera di Ricci a Betti del 12 gennaio 1890:²²

Sento il desiderio e il dovere di ringraziarla dal profondo dell'anima del favore col quale Ella, come relatore, accolse ed appoggiò la proposta fatta dal Ministro per la mia promozione in base all'Art. 73 della Legge Casati. Col proporre poi che l'ordinariato mi fosse accordato in Algebra non che in Fisica Matematica, Ella non soltanto tenne giustamente conto dell'indole più specialmente analitica dei miei studi, ma indovinò anche un mio desiderio, e anche di ciò debbo esserle in particolar modo grato.



A Padova, il principale collaboratore di Ricci fu un suo allievo che in seguito si sarebbe rivelato come uno dei più versatili e geniali matematici della sua epoca, Tullio Levi-Civita.²³

Laureatosi nel 1893 proprio sotto la guida di Ricci e ottenuta, ad appena ventitré anni, la cattedra di meccanica razionale a Padova, Levi-Civita iniziò un periodo di fruttuosa collaborazione col maestro, specializzandosi nelle applicazioni del calcolo differenziale assoluto alla meccanica analitica e alla fisica matematica.

Nel 1896 saggiò la potenza del calcolo di Ricci nella trattazione di un importante problema di meccanica analitica di fronte al quale, fino a quel momento, erano risultati inefficaci gli strumenti classici di indagine. Nell'articolo dedicato a questo problema,²⁴ prima di utilizzare i metodi di Ricci Levi-Civita ne richiamava i concetti salienti, concludendo l'esposizione con la seguente, significativa affermazione:²⁵

Questo breve richiamo ci pone in grado di adoperare con maggior disinvoltura talune denominazioni e taluni procedimenti, che non sono forse finora, come sarebbe desiderabile, divenuti abbastanza d'uso comune.

Tre anni dopo Levi-Civita forniva un'altra notevole dimostrazione della fecondità del calcolo differenziale assoluto, pervenendo alla completa soluzione di un problema concernente la teoria del potenziale che nemmeno i grandi Riemann

²² Le lettere di Ricci a Betti sono conservate nel "Fondo Betti" presso l'Archivio della Biblioteca della Scuola Normale Superiore di Pisa.

²³ Padovano, vissuto fra il 1873 e il 1941, Levi-Civita fu autore di circa duecento articoli dedicati ai più svariati campi della matematica pura e applicata, ai quali diede contributi di straordinario valore. Ispiratore di ricerche in ogni settore della Meccanica razionale e della Fisica matematica, fu negli anni Venti e Trenta il matematico italiano più noto internazionalmente e un vero ambasciatore della scienza italiana.

²⁴ Levi-Civita (1896).

²⁵ Ibidem, 227.

e Vito Volterra²⁶ erano riusciti a esaurire. Nell'introduzione alla memoria dedicata a questo problema, Levi-Civita scrisse:²⁷

Uno studio diretto (...) sarebbe per altro pressoché impraticabile, causa il rapido complicarsi delle formule. Ho fatto perciò appello ai metodi del Prof. Ricci, che con mirabile agilità si adattano a questioni svariatissime, mettendone ognora a nudo l'intima natura e sfrondandole da ogni difficoltà inessenziale.



Intanto, i tempi erano ormai maturi per soddisfare una richiesta che nel corso del 1899 Felix Klein aveva inoltrato a Ricci, ossia preparare un articolo da pubblicare sulla prestigiosa rivista *Mathematische Annalen*, di cui Klein era allora il direttore. La richiesta di Klein al matematico italiano era quella di presentare un trattato sintetico ma completo sul calcolo differenziale assoluto, ove vi fosse anche un'ampia parte dedicata a mostrare in quali campi tale metodo risultasse particolarmente efficace e vantaggioso, al fine di consentire alla comunità dei matematici, specialmente fuori dall'Italia, la conoscenza e la familiarità col nuovo algoritmo. Di fatto, a quel tempo il calcolo tensoriale era ancora uno strumento in mano al maestro e a pochi allievi.

La celebre memoria riassuntiva *Méthodes de Calcul différentiel absolu et leurs applications*²⁸ fu portata a termine e pubblicata nel 1900, firmata naturalmente da Ricci ma anche da Levi-Civita. Nell'introduzione gli autori scrivevano:²⁹

Poincaré³⁰ ha scritto che nelle scienze matematiche «una buona notazione ha la stessa importanza filosofica di una buona classificazione nelle scienze naturali». Evidentemente, e a maggior ragione, lo stesso si può dire dei metodi, poiché è proprio dalla loro scelta che dipende la possibilità di «costringere (...) una moltitudine di fatti senza alcun legame apparente tra loro a raggrupparsi secondo le loro affinità naturali».

Altrettanto, si può dire che un teorema dimostrato attraverso cammini deviati, e facendo ricorso ad artifici e considerazioni che non hanno col detto teorema alcun rapporto essenziale, spesso non è altro che una verità scoperta solo per metà; perché succede spesso che lo stesso teorema si presenti in maniera più completa e generale, se vi si arriva con un cammino più diretto, e con mezzi più appropriati.

²⁶ Vissuto fra il 1860 e il 1940, Volterra svolse la propria opera fornendo contributi fondamentali ai più svariati campi dell'analisi e della fisica matematica. Fu il fondatore di quel ramo della matematica noto come calcolo funzionale.

²⁷ Levi-Civita (1899), 383.

²⁸ Ricci Curbastro & Levi-Civita (1900).

²⁹ Ibidem, 188.

³⁰ Francese, vissuto dal 1854 al 1912, Jules-Henri Poincaré è tra i più grandi matematici dell'età contemporanea. La sua prodigiosa attività scientifica è attestata da più di trenta volumi e quasi cinquecento memorie. Si occupò di analisi e teoria delle funzioni, di geometria non euclidea e topologia combinatoria, di fisica matematica e meccanica analitica, di astronomia e meccanica celeste e, nell'ultimo decennio della sua vita, di epistemologia.

Il pregio di questo lavoro risiede nella sua completezza e sistematicità, più che nelle novità presentate, queste ultime legate essenzialmente alle notazioni utilizzate. Ad ogni modo, gli autori espongono in maniera esemplare l'algoritmo del calcolo differenziale assoluto e le sue applicazioni all'analisi, alla geometria e alla fisica. I *Méthodes* rappresentano senz'altro uno degli articoli scientifici più importanti del secolo appena trascorso: essi fondano infatti l'analisi tensoriale e sono direttamente connessi allo sviluppo della teoria della relatività generale di Einstein.



All'inizio del Novecento la posizione di Ricci era quella di un matematico ancora sostanzialmente isolato nelle sue ricerche, anche a causa del suo temperamento riservato e ritroso, ma comunque al centro di grande considerazione nell'ambiente accademico e molto apprezzato come docente. In questa veste, così lo ricordò Levi-Civita:³¹

Le lezioni orali del Ricci non erano vivaci, ma mirabili per precisione e castigata fluidità di forma: chi le avesse stenografate, nulla avrebbe trovato da cambiare nel trascriverle. Chi seguiva con attenzione coglieva il nocciolo delle questioni, sempre prospettate con grande generalità, pur prescindendo da ogni evitabile sottigliezza, e sentiva il vigore di quel lucido intelletto.

Chi conobbe Ricci, e ne ha lasciato testimonianza, non poté peraltro fare a meno di sottolineare il suo carattere schivo, racchiuso in sé e alieno da entusiasmi. Il matematico Angelo Tonolo, che di Ricci fu anch'egli allievo, ebbe a ricordare il maestro con queste parole:³²

La severità del volto, illuminato da occhi intelligenti e dolci, era mitigata talvolta da un affabile sorriso. La persona sempre composta in un pensoso raccoglimento, il gesto sobrio, la parola meditata e calma, gli conferivano una personalità staccata e assente. Uomo di altissima rettitudine, di profonda dignità personale, ebbe una calma esistenza, rettilinea senza inflessioni e senza compromessi, libera da ogni vanità, solo nutrita di quanto vi è nella vita di alto, di bello e di buono.



Tornando all'attività amministrativa di Ricci a Lugo, nel 1901, eletto consigliere comunale, il matematico romagnolo affrontò il problema dell'approvvigionamento idrico della sua città natale. Tradizionalmente, i comuni della Bassa Romagna erano all'epoca gravemente afflitti dalla mancanza di acque potabili di buona qualità, la qual cosa costituiva la causa principale della diffusione del tifo. Nel 1887 il Comune di Lugo aveva costituito una

³¹ Levi-Civita (1925), 9.

³² Tonolo (1954), 19.

Commissione Consigliare che si occupasse del problema. Dopo un primo periodo di studio relativo alla possibilità di servirsi delle sorgenti della Galleria degli Allocchi, venute alla luce durante i lavori della ferrovia Firenze-Faenza ma rivelatesi poi insufficienti, la Commissione assegnò a Ricci il compito di studiare soluzioni alternative per condurre un acquedotto a Lugo. Una prima proposta fu presentata nella *Relazione per un progetto di acquedotto per la città di Lugo*,³³ datata 15 maggio 1901. Dopo aver esaminato alcune opzioni, subito scartate per i costi eccessivi o per l'inadeguatezza delle sorgenti, Ricci individuava una possibile fonte di acqua potabile nei corsi presenti in una regione dell'imolese detta "delle Vallette", che si estende parallelamente alla Via Emilia, pochi chilometri più a sud di essa. La presenza di tali corsi d'acqua era segnalata dalle numerose polle visibili in superficie. Ricci descrisse dettagliatamente le operazioni di campionamento e di analisi del liquido, concludendo che la portata della fonte era senza dubbio sufficiente, così come i caratteri fisici e organolettici. Anche le analisi chimiche e batteriologiche avevano decretato la perfetta potabilità dell'acqua. I problemi erano legati a una certa durezza, dovuta a un'eccessiva presenza di sali di calcio e alla possibilità di penetrazione delle acque superficiali nelle sorgenti sottostanti a causa dello scarso spessore dello strato argilloso che le proteggeva. In definitiva, Ricci propose al Consiglio Comunale di praticare ulteriori trivellazioni fino agli strati sottostanti quello argilloso che costituiva l'alveo delle sorgenti analizzate. Questo nella speranza di trovare sorgenti meno ricche di solfato di calcio e più immuni da ogni possibile inquinamento esterno, fermo restando che anche quelle degli strati superiori presentavano caratteristiche molto migliori dell'acqua dei pozzi di cui si faceva allora uso a Lugo.

Nella seduta del 12 maggio 1902 il Consiglio Comunale prese atto della Relazione e deliberò che si istituissero ricerche nella direzione suggerita. Anche queste vennero commissionate a Ricci, che nell'agosto del 1903 presentò una *Nuova Relazione al Consiglio Comunale sulla proposta di condurre a Lugo le acque delle Vallette*.³⁴ In essa venivano in sostanza descritte le nuove operazioni di trivellamento nel fondo "Verona" – così si chiamava l'area delle Vallette prescelta per le operazioni – e i relativi risultati di analisi. Raggiunta la certezza che tutti i problemi elencati nella prima relazione e relativi a quantità, qualità e sicurezza sarebbero stati risolti affidandosi all'utilizzo degli strati acquiferi più profondi, così Ricci concludeva: «Se quindi Voi ritenete che quel problema debba essere risolto, non soltanto potete con tranquilla coscienza, ma dovete attenervi alla proposta anzidetta. Se invece Vi atterrete all'opposto avviso temo che la generazione nostra non vedrà tradotto in atto un provvedimento che è richiesto dalle più stringenti necessità e dai dettami più assoluti e fondamentali dell'igiene moderna».³⁵ Il Consiglio espresse pareri diversi e ancora per molti anni continuò a studiare soluzioni diverse, tant'è che nel 1922 incaricò Ricci di esaminare un

³³ Ricci Curbastro (1901).

³⁴ Ricci Curbastro (1903).

³⁵ Ibidem, 9.

progetto che prevedeva il prelevamento delle acque della falda sotterranea del Santerno. Di fatto, Lugo poté finalmente disporre di un acquedotto soltanto nel 1933, con prelievo dell'acqua dal fiume Ronco, nell'Appennino forlivese, e trasporto a Lugo tramite una condotta di circa quaranta chilometri, a condizioni economiche giudicate in seguito peggiori rispetto a quelle relative alle proposte di Ricci.



Tornando all'ambito scientifico, nel 1901 Ricci aveva da poco toccato con i *Méthodes* il vertice della sua produzione scientifica: il calcolo differenziale assoluto, spogliato del “primitivo e assai complesso apparato analitico” che gli aveva rimproverato anni prima Beltrami, aveva ormai trovato, in tutta la sua eleganza, definitiva sistemazione come algoritmo e aveva nel contempo rivelato svariate potenzialità applicative. Fu così che Ricci, all'apice della carriera, decise di partecipare una seconda volta al Premio reale per la matematica messo a concorso per quell'anno dall'Accademia dei Lincei. Il desiderio di ottenere questo premio, cui evidentemente Ricci teneva molto, fu forse l'unico peccato di vanità di un personaggio così schivo e ritroso; d'altra parte, insieme ai *Méthodes*, il Premio reale doveva costituire una preziosa occasione per far conoscere a un più vasto pubblico l'opera matematica di un uomo che «era rimasto in precedenza ignoto ai più, anche per il suo carattere riservato e alieno, nonché dal farsi largo, altresì dalle forme intensive di comunicazione scientifica, che si accompagnano alla vita moderna, quali frequenti viaggi e contatti personali; intervento a congressi; conferenze; distribuzioni relativamente larghe di lavori; pubblicazione di note preventive e di riassunti». ³⁶

Tuttavia, fu chiaro ben presto che i *Méthodes* non avevano affatto suscitato in Italia e all'estero l'interesse sperato dagli autori e, nel 1904, allorché la commissione lincea per il Premio reale ³⁷ ebbe completato l'esame dei lavori in concorso, Ricci dovette subire quella che fu probabilmente la delusione più cocente della sua carriera: ancora una volta infatti il matematico lughese si vide negare l'ambito premio, che anche in questa circostanza non venne assegnato ad alcuno dei partecipanti. Relatore della commissione era Luigi Bianchi, allora considerato il massimo esponente italiano, e forse non solo italiano, nel campo della geometria differenziale, ³⁸ disciplina nella quale Ricci aveva maggiormente applicato i suoi metodi. Così si esprime Bianchi al termine della sua relazione: ³⁹

³⁶ Levi-Civita (1925), 12.

³⁷ I commissari erano Luigi Bianchi, Valentino Cerruti Enrico d'Ovidio, Guido Veronese e, anche in questa occasione, Ulisse Dini.

³⁸ Vissuto dal 1856 al 1928, Bianchi fu autore di una notevole quantità di profondi e originali lavori riguardanti la cosiddetta geometria differenziale metrica. Grande importanza, nello sviluppo della matematica in Italia, ebbe anche la sua opera di maestro e di trattatista. Bianchi e Ricci si conobbero durante gli anni di studio alla Normale di Pisa, della quale Bianchi divenne in seguito docente e poi anche direttore.

³⁹ Bianchi (1904), 150.

A meritare il premio reale [occorre] almeno un lavoro di un valore veramente eccezionale (...) gli algoritmi da [Ricci] sviluppati (...) si dimostrano certamente utili, sebbene non indispensabili, nel trattare varie questioni matematiche; e di ciò troviamo le prove nei lavori stessi del Ricci e in quelli di alcuni pochi seguaci. Ma considerando, nei lavori presentati, i risultati veramente nuovi acquisiti alla scienza [essi] non ci sono apparsi di tale e tanta importanza da meritare l'altissima distinzione.

Il severo giudizio della commissione sull'opera di Ricci veniva motivato dal fatto che la maggior parte delle applicazioni del calcolo differenziale assoluto proposte non aveva portato a risultati originali, e che tale metodo appariva troppo spesso una non necessaria complicazione algebrica per risolvere problemi affrontabili con le usuali e più immediate procedure analitiche. In effetti Ricci, nell'applicare i suoi algoritmi alla geometria differenziale, aveva ricavato risultati per lo più già noti, sebbene in forma molto più generale e organica. Quanto ai lavori di Levi-Civita, essi erano stati evidentemente assai sottovalutati, se non trascurati; come visto, il felice connubio fra il talento del giovane Levi-Civita e i metodi di Ricci aveva prodotto frutti piuttosto succulenti. Il più brillante fra quei "pochi seguaci" di Ricci chiamati in causa da Bianchi aveva mostrato come, nell'affrontare - e risolvere - determinati problemi di carattere fisico-matematico, il calcolo tensoriale potesse diventare realmente indispensabile, alla luce del fatto che i metodi allora noti portavano a difficoltà inestricabili.

Certamente, in quel momento, le applicazioni del calcolo di Ricci fin lì svolte erano indubbiamente ancora lontane dal costituire un ampio corpus organico di ricerche originali. Sarebbe troppo facile, quindi, biasimare la comunità scientifica di tutta un'epoca con la sapienza dei posteri.

Di fatto, comunque, nessun grande matematico di inizio Novecento, fatta eccezione per il giovane benché assai promettente Levi-Civita, volle cimentarsi con i metodi innovativi di Ricci. E nessun grande matematico fu in grado di presagire che nella generalità di quei metodi fosse implicita la possibilità di importanti sviluppi in varie discipline, al di là della realtà applicativa del momento. Quella di Ricci è dunque la figura di uno studioso isolato e di un ricercatore in anticipo per il suo tempo, la cui opera, come spesso accade ai grandi innovatori, ha dovuto subire a lungo un giudizio inadeguato.

La vicenda del Premio reale e in generale il mancato riconoscimento del suo lavoro certamente amareggiarono Ricci il quale, tuttavia, «mai (...) ebbe a muoverne l'agno, ma conservò immutato il convincimento (allora poco più che solitario) di avere effettivamente dotata la matematica di un fecondo campo di dottrine».⁴⁰



Nel 1904, il piccolo gruppo di ricerca sul calcolo differenziale assoluto coagulatosi a Padova attorno a Ricci si era di fatto disciolto. Lo stesso Levi-Civita

⁴⁰ Levi-Civita (1925), 6.

spostò decisamente il baricentro dei propri interessi, dedicandosi in particolare ad alcune importanti questioni di meccanica celeste, e per quindici anni non si occupò più in alcun modo di calcolo differenziale assoluto: questo spostamento va attribuito in buona parte all'innato eclettismo del matematico padovano, e in parte probabilmente anche alla non accettazione del calcolo di Ricci da parte dell'ambiente matematico italiano.

Dal canto suo, Ricci continuò quasi per inerzia a pubblicare piccole e diradate memorie sul calcolo tensoriale, sempre più isolato. Dopo il 1910 la sua attività di ricerca può dirsi sostanzialmente conclusa.

Rimaneva un personaggio sicuramente stimato come docente e anche come uomo pubblico. Fu infatti Preside del Consiglio di Facoltà, a Padova, dal 1900-01 al 1907-08 e membro del Senato Accademico. E, dopo Lugo, anche la città patavina lo vide consigliere comunale, sempre eletto nelle formazioni cattoliche, e assessore alla Pubblica Istruzione e alle Finanze. Fu ripetutamente pregato di ricoprire la carica di sindaco, mai accettata per il timore di non poter conciliare impegno pubblico e ricerca scientifica.

Ma era anche un uomo stanco e disilluso, duramente provato poi dalla scomparsa della moglie, sopraggiunta a causa di un male incurabile nel 1914.



Tuttavia, il clamoroso epilogo di questa storia era ormai alle porte. A partire dai primi mesi del 1915 iniziò gradualmente a diffondersi in Italia la notizia che Albert Einstein si serviva del calcolo di Ricci per formulare matematicamente la sua teoria della relatività generale. Il grande fisico tedesco stava infatti lavorando già da alcuni anni a una teoria che fosse in grado di fondere in un'unica concezione spazio, tempo, inerzia e gravitazione. Inizialmente trovò ostacoli insormontabili, dovuti al fatto che ancora non era in possesso di uno strumento matematico adeguato. Celebre è la frase con la quale, intorno al 1912, Einstein, in grave difficoltà, si rivolse all'amico matematico Marcel Grossmann, suo antico compagno di studi: «Grossmann, aiutami sennò divento pazzo!». ⁴¹ E Grossmann lo aiutò nel migliore dei modi, suggerendogli il calcolo differenziale assoluto di Ricci. Einstein lesse allora i *Méthodes* e si impadronì rapidamente dell'algoritmo, facendone lo strumento principe della sua teoria.

Il problema basilare della relatività generale era infatti quello di formulare tutte le leggi della fisica in modo che fossero invarianti per arbitrarie trasformazioni di coordinate: il calcolo di Ricci traduceva matematicamente, nel modo più efficace ed elegante, le ipotesi fisiche di Einstein, permettendo a questi di edificare la sua teoria con rigore e precisione formale. Un ruolo di primissimo piano nella costruzione della teoria lo giocò Levi-Civita, il quale collaborò direttamente con Einstein nel trarre le conseguenze fisiche e geometriche più rilevanti del calcolo differenziale assoluto.

⁴¹ La frase è citata in Pais (1991), 232.

Quando, nel 1919, fu verificato sperimentalmente uno degli effetti previsti dalla nuova teoria, vale a dire la deviazione dei raggi luminosi delle stelle da parte del Sole, Einstein divenne una celebrità mondiale.

Dal canto suo Ricci, che certamente conosceva bene la relatività generale, si era mantenuto in disparte, quasi contemplando con un certo distacco quella parte di notorietà che improvvisamente gli era piovuta addosso a causa del clamore suscitato dalla nuova teoria einsteiniana.

Con l'esplosione della relatività giunsero finalmente per lui i meriti riconosciuti: molte accademie si affrettarono ad accoglierlo nel loro seno, si sprecarono le onorificenze e il calcolo differenziale assoluto divenne oggetto di centinaia fra trattati e articoli e costituì lo strumento di base per importantissimi nuovi sviluppi in varie discipline della matematica e della fisica.

Ma quello che per Ricci fu forse il tributo più gradito venne proprio dallo stesso Einstein. Giunto in Italia nell'ottobre del 1921 per un ciclo di conferenze sulla relatività, questi manifestò infatti il desiderio di conoscere personalmente Ricci e l'incontro fra i due ebbe luogo il 27 ottobre 1921: in quella data il fisico tedesco tenne una conferenza nell'affollatissima aula magna dell'Università di Padova. Fu proprio Ricci a introdurre Einstein, il quale, parlando in italiano, espresse anzitutto il suo compiacimento nel presentare la sua teoria nella città dove insegnava l'artefice del calcolo differenziale assoluto.⁴² Al di là delle parole di circostanza che sempre circondano eventi di questo tipo, non è difficile credere a quanto fosse autentica la stima di Einstein nei confronti di Ricci. Stima peraltro ricambiata, come ci rivela una lettera del 31 ottobre 1921 di Ricci a Levi-Civita (la lettera è scritta da Padova, dove Ricci continuava a vivere e a lavorare; Levi-Civita si era invece trasferito già da qualche anno a Roma):⁴³

Carissimo Professore

Fui dolentissimo, come può immaginare, che un affare urgente di famiglia mi costringesse a venire a Roma proprio nei giorni, nei quali l'Einstein si trovava a Bologna, anche perché mi mancò così l'occasione di riparlare insieme della teoria della relatività e dei suoi legami col calcolo differenziale assoluto. Il mio rammarico fu soltanto attenuato poi dal riflesso che, come mi fu detto, la mia assenza da Bologna abbia contribuito a decidere l'Einstein a venire qui, dove ebbi poi occasione di avvicinarlo più forse di quanto mi sarebbe stato consentito a Bologna; e di ammirare lo scienziato ed anche l'uomo, nel cui aspetto si rivela l'altezza della mente emanandone un fascino tutto particolare.

Resta da aggiungere che quando la teoria della relatività generale gli diede la possibilità di rivalersi su una comunità scientifica dalla quale vent'anni prima era stato quasi ostracizzato, Ricci non ne approfittò affatto. D'altra parte per tutta la sua carriera, come è già stato sottolineato, il matematico lughese era stato ben poco dedito alla pubblicità di se stesso, e mai la modestia gli aveva fatto difetto.

⁴² Queste notizie sono tratte dal breve articolo *Il Prof. Einstein a Padova*, Corriere della Sera del 28 Ottobre 1921, p.5. Si veda anche Laura (1926), 5.

⁴³ Questa lettera è conservata nel "Fondo Levi-Civita" dell'Accademia dei Lincei a Roma.

Una bella testimonianza di ciò è contenuta in un'altra lettera di Ricci indirizzata sempre a Levi-Civita, datata 21 dicembre 1922:⁴⁴

Carissimo Professore

(...) [Mi è stato chiesto] con lettera di alcuni giorni fa se io sarei disposto a tenere al prossimo Congresso della Società italiana per il progresso delle Scienze un discorso sui fondamenti matematici della relatività. A prima vista l'argomento mi avrebbe sedotto, ma una ulteriore riflessione mi tiene titubante; in quanto, accettando, mi sembra mi troverei nell'alternativa o di essere troppo superficiale dando nella bagolata⁴⁵ o di infarcire il discorso di troppe formule, volendo andare a fondo dell'argomento, il che significherebbe esporre ancora una volta la teoria della relatività dal punto di vista matematico, che è poi il solo, che si presti ad una esplorazione rigorosa (la sola scientifica) della teoria stessa. Che ne pensa lei? Vorrebbe darmi un consiglio?

Questo documento mette ancora una volta in luce la riservatezza e la signorilità dell'uomo, ma anche il rigore dello scienziato ben poco propenso alla facile divulgazione.



Gregorio Ricci Curbastro morì a Bologna il 6 Agosto 1925, a seguito di un improvviso attacco di angina pectoris. «Raccomandò funerali senza pompa, disponendo che la tomba di famiglia nel cimitero di Lugo rechi a ricordo di sé una semplice lapide con professione ardente di fede cattolica, l'intera sua vita essendo riassunta nella notizia: Fu per quarantacinque anni professore di matematica all'Università di Padova.

Esempio edificante di modestia in un uomo che pur ebbe giusta coscienza di aver legato perennemente il suo nome al calcolo differenziale assoluto e alle sue applicazioni grandiose!».⁴⁶

Nel 1953, in occasione del centenario della nascita di Ricci, Albert Einstein volle ancora una volta rendere omaggio al matematico romagnolo inviando una lettera alla figlia Livia, nella quale scrisse:⁴⁷

Gli studi fondamentali di vostro padre e di Levi-Civita mi hanno aiutato considerevolmente nel mio lavoro sulla teoria generale della relatività.

Tuttora il calcolo tensoriale fondato da Ricci costituisce l'indispensabile architettura formale di molte delle più avanzate teorie della matematica e della fisica.

⁴⁴ Anche questo documento è custodito nel "Fondo Levi-Civita" dell'Accademia dei Lincei.

⁴⁵ Da "*bagola*" (=ciancia, fandonia), voce dialettale lombardo-veneta, da cui anche "*bagolare*" (=cianciare, parlare a vanvera).

⁴⁶ Levi-Civita (1925), 13.

⁴⁷ Copia di questa lettera si trova presso la Biblioteca Trisi di Lugo. Il documento originale è custodito dai discendenti di Gregorio Ricci Curbastro.

Desidero ringraziare vivamente: Antonio Pirazzini, per avermi coinvolto nella bella iniziativa di celebrare il liceo scientifico di Lugo e in particolare il grande personaggio di cui questa scuola porta il nome; Mariangela Liverani e Claudia Bartolotti, per avermi consentito l'accesso al carteggio di Gregorio Ricci Curbastro custodito al liceo di Lugo; Bruno Conti, per avermi pazientemente assistito durante le ricerche fra i documenti di tale carteggio: a lui si deve la meritoria e non facile opera di sistemazione e catalogazione del materiale disponibile; Sante Medri, per le ricerche archivistiche compiute presso la Biblioteca Trisi di Lugo.

Riferimenti bibliografici

- Beltrami, E. (1889): "Relazione sul concorso al premio Reale per la Matematica per l'anno 1887". *Rendiconti dell'Accademia dei Lincei* (4), 5, 300-307.
- Bianchi, L. (1904): "Relazione sul concorso al Premio Reale, del 1901, per la Matematica". *Atti della R. Accademia dei Lincei. Rendiconto dell'adunanza solenne del 5 Giugno 1904*, 142-151.
- Faccani, M. (1976): "La località di Villa S. Martino attraverso i secoli". Walberti, Lugo.
- Laura, E. (1926): "Gregorio Ricci Curbastro". Stabilimento tipografico Penada, Padova.
- Levi-Civita, T. *Opere*, 5 vols. 1954-1970. Zanichelli, Bologna.
- Levi-Civita, T. (1896): "Sulle trasformazioni delle equazioni dinamiche". *Annali di Matematica pura ed applicata* (2), 24, 255-300. In *Opere*, I, 207-252.
- Levi-Civita, T. (1899): "Tipi di potenziali che si possono far dipendere da due sole coordinate". *Memorie dell'Accademia di Torino* (2), 49, 105-152. In *Opere*, I, 381-438.
- Levi-Civita, T. (1925): "Commemorazione del Socio Nazionale Prof. G. Ricci Curbastro". *Memorie dell'Accademia Nazionale dei Lincei* (6), 1, 555-564. In Ricci Curbastro, *Opere*, I, 1-13.
- Pais, A. (1991): «Sottile è il Signore...». *La scienza e la vita di Albert Einstein*. Boringhieri, Torino.
- Ricci Curbastro, G. *Opere*, 2 vols. 1956-1957. Edizioni Cremonese, Roma.
- Ricci Curbastro, G. (1881): "Sulle condizioni idrauliche della campagna a destra di Reno-Primaro e sui provvedimenti atti a migliorarle". Tipografia Conti, Faenza.
- Ricci Curbastro, G. (1884): "Principi di una teoria delle forme differenziali quadratiche". *Annali di Matematica pura ed applicata* (2), 12, 135-167. In *Opere*, I, 138-171.
- Ricci Curbastro, G. (1886): "Sui parametri e gli invarianti delle forme quadratiche differenziali". *Annali di matematica pura ed applicata* (2), 14, 1-11. In *Opere*, I, 177-188.
- Ricci Curbastro, G. (1887): "Sulla derivazione covariante ad una forma quadratica differenziale". *Rendiconti dell'Accademia dei Lincei* (4), 3, 15-18. In *Opere*, I, 199-203.
- Ricci Curbastro, G. (1888): "Delle derivazioni covarianti e controvarianti e del loro uso nella Analisi applicata". In *Studi editi dalla Università di Padova a commemorare l'ottavo centenario della origine della Università di Bologna*, vol. III, 3-23. Tipografia del Seminario, Padova. In *Opere*, I, 245-267.
- Ricci Curbastro, G. (1893): "Di alcune applicazioni del Calcolo differenziale assoluto alla teoria delle forme differenziali quadratiche binarie e dei sistemi a due variabili". *Atti dell'Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti* (7), 4, 1336-1364. In *Opere*, I, 311-335.
- Ricci Curbastro, G. (1896): "Suor Vincenza Ricci Curbastro Figlia della Carità". Padova.
- Ricci Curbastro, G. & Levi-Civita, T. (1900): "Méthodes de Calcul différentiel absolu et leurs applications". *Mathematische Annalen*, 54, 125-201. In Ricci Curbastro, *Opere*, II, 185-271.
- Ricci Curbastro, G. (1901): "Relazione per un progetto di acquedotto per la città di Lugo". Tipografia Cremonini, Lugo.

- Ricci Curbastro, G. (1902): “Nuova Relazione al Consiglio Comunale sulla proposta di condurre a Lugo le acque delle Vallette”. Tipografia Cremonini, Lugo.
- Tonolo, A. (1954): “Commemorazione di Gregorio Ricci Curbastro nel primo centenario della nascita”. *Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova*, 23, 1-24.